

不同约束条件下跨声速涡轮叶栅伴随 气动优化设计

李佳星¹, 罗佳奇¹, 曹志远²

(1. 浙江大学 航空航天学院, 杭州 310027;

2. 西北工业大学 动力与能源学院, 西安 710129)

摘 要: 发展了一种简化的基于无反射边界理论的伴随方程进出口边界条件确定方法,研究了考虑不同约束的叶片气动外形优化设计。研究结果表明:采用流动强耦合的简化伴随方程进出口边界条件确定方法,能够确定精度较高的伴随灵敏度,在不同类型的伴随气动优化设计中均具有较好适用性。无约束的出口质量熵优化后,出口质量熵降低 0.253%,流道面积和出口气流角变化较大。分别考虑出口气流角气动约束、流道面积几何约束和同时考虑上述两种约束的影响,优化后出口质量熵分别降低 0.176%、0.227% 和 0.164%,优化后叶片气动性能显著提升,且满足约束条件。改变叶型曲率能有效减弱激波强度,吸力面前段曲率降低时,流动减速、出口气流角增大,吸力面前段曲率变化较小时,出口气流角约束较好。

关 键 词: 气动优化设计; 约束条件; 伴随方法; 边界条件; 涡轮叶栅

中图分类号: V231.3

文献标志码: A

Adjoint-based aerodynamic design optimization of transonic turbine cascades considering different constraints

LI Jiaxing¹, LUO Jiaqi¹, CAO Zhiyuan²

(1. School of Aeronautics and Astronautics, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China;

2. School of Power and Energy,

Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710129, China)

Abstract: A simplified method based on non-reflecting boundary theory for determining the inlet and outlet boundary conditions of adjoint equations was introduced, by which the aerodynamic design optimization of turbomachinery blade considering different constraints was investigated. The results showed that the simplified adjoint equations strongly coupling with flow under inlet and outlet boundary conditions were sufficiently accurate and applicable in different constrained optimization design. After outlet specific entropy design optimization without constraints, the outlet specific entropy decreased by 0.253%, with varied passage area and outlet flow angle. Considering the constraints of outlet flow angle and passage area separately and the constraints from both of them, the outlet specific entropy after optimization decreased by 0.176%, 0.227%

收稿日期: 2020-11-02

基金项目: 国家自然科学基金(51676003, 51976183, 51806174)

作者简介: 李佳星(1998—),女,博士生,主要从事叶轮机械气动优化设计研究。

通信作者: 罗佳奇(1981—),男,研究员、博士生导师,博士,主要从事叶轮机械气动热力学、计算流体力学、优化设计等研究。

E-mail: jiaqi@zju.edu.cn

引用格式: 李佳星,罗佳奇,曹志远. 不同约束条件下跨声速涡轮叶栅伴随气动优化设计[J]. 航空动力学报, 2021, 36(9): 1986-1998.

LI Jiaxing, LUO Jiaqi, CAO Zhiyuan. Adjoint-based aerodynamic design optimization of transonic turbine cascades considering different constraints[J]. Journal of Aerospace Power, 2021, 36(9): 1986-1998.

and 0.164%, respectively. The aerodynamic performance of the optimized blades was significantly improved, while the optimization constraints were maintained. Moreover, the results demonstrated that changing the curvature of blade profile weakened the shock wave effectively. When the curvature of front portions decreased, the flow velocity decelerated and the outlet flow angle increased, meanwhile when the curvature of front portions changed slightly, the outlet flow angle was constrained better.

Key words: aerodynamic design optimization; constraint; adjoint method; boundary condition; turbine cascade

随着先进数值方法的快速发展和计算能力的不断提升,计算流体力学(CFD)得到了快速发展,并在叶轮机气动设计优化中得到了应用,使叶轮机设计成本和研制周期都得到了明显改善。基于CFD的叶轮机气动优化设计首先需要确定优化目标,并选择合适的优化方法进行目标函数的寻优,达到预期设计目标。

目前常用的优化方法分为梯度法、非梯度方法。非梯度方法主要包括代理模型、进化算法及机器学习类算法。非梯度方法的显著优势是能够确定全局最优解,因而在飞行器外流^[1-2]、叶轮机内流^[3-6]优化设计中均得到了应用。但对于基于全流场数值模拟、多设计变量的气动优化问题,所需计算资源大、效率低。梯度方法主要包括直接差分法、伴随方法等。直接差分法需要依次扰动每个设计变量得到新的外形并计算相应的流场,对于多设计参数的优化问题,也存在效率低的不足;此外,直接差分法的灵敏度计算对设计变量的扰动大小较为敏感。伴随方法^[7]通过引入伴随变量,消除流场扰动对目标函数梯度计算的影响,在每个设计步内只需计算一次流场和伴随场即可确定单个目标函数的全部灵敏度。灵敏度计算时间与设计变量个数几乎无关的特点使其在气动优化设计,尤其是多设计参数的精细化优化设计中具有重要应用前景。

伴随方法在外流优化设计中已经得到应用^[8-10],叶轮机内流伴随优化设计研究起步相对较晚。20世纪末,Iollo等^[11]实现了基于伴随方法的一维拉瓦尔喷管反设计。随后,Dreyer、Yang、Wu等^[12-14]进一步发展了伴随方法并在叶轮机叶片气动优化设计中实现了初步应用。此外,Li、Yu、Papadimitriou、Luo等^[15-20]开展了叶轮机叶片的黏性伴随优化设计研究。Wang、Walther、罗佳奇等^[21-23]发展了掺混面伴随方法,实现了多叶排伴随优化设计。近年来,Ma等^[24]采用时间谱方法

实现了基于伴随方法的非定常优化设计。Chen等^[25]还实现了基于伴随方法的通流优化设计。

由此可知:叶轮机伴随优化设计已经广泛开展。基于伴随方法的叶轮机叶片气动优化设计的核心之一是伴随方程求解。由于叶轮机进出口距离叶片较近,合理确定伴随方程进出口边界条件是伴随方程求解的前提。大量研究表明^[13-20]:当定义在叶片进出口的目标气动参数发生变化时,伴随方程的进出口边界条件也随之发生变化,使得伴随方程求解较为繁琐。因此,如何根据目标气动参数快速、精确地确定伴随方程进出口边界条件一直是伴随方法的研究重点。然而,前期工作多数只推导确定进出口边界条件的一般形式,之后采用无反射边界条件^[26]实现伴随方程求解,并未明确指出所采用的具体方法。

特征变量法在伴随方程求解中已经得到了应用^[21,23,27],但其理论较为复杂,且涉及复杂的矩阵运算。本文在无反射边界理论的基础上,重点发展一种简化的伴随方程进出口边界条件确定方法。与特征变量法相比,该方法原理简单且实现过程较为清晰;此外,针对常见的叶轮机流动问题,该方法与流动边界条件相耦合,在确定伴随方程边界条件时具有一般性,即:用户只需要明确目标气动参数就可实现伴随方程求解。为了验证该方法的有效性,本文将开展基于伴随方法的无约束、不同类型约束的叶片气动优化设计研究。通过加权策略将约束条件引入到气动函数中,并给出对应的伴随方程进出口边界条件表达式。之后重点开展考虑几何和气动约束影响的某跨声速涡轮叶栅气动外形伴随优化设计研究,对比分析几何和气动约束对优化结果的影响。

1 连续伴随方法

1.1 伴随方法基本原理

气动优化设计需要定义目标函数,将工程上

的优化问题转化为可描述的数学问题。气动优化的目标函数一般与叶片气动外形和流动变量 $\mathbf{w} = (w_1, w_2, w_3, w_4, w_5)^T$ 相关,而气动外形通过参数化建模与设计变量 $\mathbf{x}$ 有关。因此给出目标函数的一般形式:

$$I = I(\mathbf{w}, \mathbf{x}) \quad (1)$$

其中 $\mathbf{x} = \{x_i\}, i = 1, \dots, N, N$ 为设计变量个数。

目标函数 I 关于设计变量 $\mathbf{x}$ 的灵敏度为

$$\frac{\partial I}{\partial \mathbf{x}} = \frac{\partial I}{\partial \mathbf{w}} \cdot \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial \mathbf{x}} + \frac{\partial I}{\partial \mathbf{x}} \quad (2)$$

流场与气动外形间的关系由流动控制方程确定

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}(\mathbf{w}, \mathbf{x}) \quad (3)$$

流动控制方程 $\mathbf{R}$ 关于设计变量 $\mathbf{x}$ 的灵敏度为

$$\frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{x}} = \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{w}} \cdot \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial \mathbf{x}} + \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{x}} \quad (4)$$

引入拉格朗日乘子 $\Psi^T = (\psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_4, \psi_5)$, 并与式(4)相乘后与式(2)相减,有

$$\frac{\partial I}{\partial \mathbf{x}} = \left(\frac{\partial I}{\partial \mathbf{w}} - \Psi^T \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{w}} \right) \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial \mathbf{x}} + \left(\frac{\partial I}{\partial \mathbf{x}} - \Psi^T \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{x}} \right) \quad (5)$$

由式(5)可知,灵敏度计算与流场变分相关。若右端第一项系数为零,则可消去流场变分对灵敏度的影响,即

$$\frac{\partial I}{\partial \mathbf{w}} - \Psi^T \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{w}} = 0 \quad (6)$$

式(6)是流动控制方程(式(3))的伴随方程。目标函数 I 的灵敏度 $\mathbf{g}$ 为

$$\mathbf{g} = \frac{\partial I}{\partial \mathbf{x}} = \frac{\partial I}{\partial \mathbf{x}} - \Psi^T \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{x}} \quad (7)$$

通过引入伴随变量,消除了流场变分对灵敏度计算的影响,最终优化设计梯度求解所需的流场计算次数与设计变量数目无关,从而节省了大量计算时间,优化效率高。

1.2 伴随方程及灵敏度

无黏流动的伴随方法研究较为成熟,欧拉方程的伴随方程推导及灵敏度计算的详细介绍可以参考前期工作^[27]。本文附录A简要介绍了无黏伴随方程的推导。欧拉方程的伴随方程为

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} - \mathbf{A}_k^T \frac{\partial \Psi}{\partial \zeta_k} = 0 \quad (8)$$

其中 $\mathbf{A}_k^T$ 为欧拉方程 k 方向上的 Jacobian 矩阵 $\mathbf{A}_k$ 的转置, $\mathbf{A}_k = [\mathbf{A}_{lj}]_k, l = 1, \dots, 5, j = 1, \dots, 5, t$ 为时间; ζ_k 为 k 方向上的物理域坐标。目标函数的一阶灵敏度为

$$\begin{aligned} \frac{\partial I}{\partial x_i} = & g_{g0} + \int_B g_{g1} dB - \int_D g_{g2} dD \\ & - \int_{B_w} (\psi_{k+1} p - \Psi^T f_k) \frac{\delta n_k}{\delta x_i} dB \end{aligned} \quad (9)$$

式中 g_{g0} 、 g_{g1} 、 g_{g2} 的详细定义见附录A, p 为静压, n_k 为外法线矢量 $\mathbf{n}$ 的 k 方向分量, f_k 为 k 方向无黏通量, dB 和 dD 分别表示网格单元的面积和体积, B_w 是壁面边界。

伴随方程的物面和周期性边界条件请见附录A。在进出口边界上,由附录A中式(A3)右端前两项可以确定

$$\int_B (\mathbf{c}^T - \mathbf{n}_k \Psi^T \mathbf{A}_k) \frac{\delta \mathbf{w}}{\delta x_i} dB = 0 \quad (10)$$

其中 $\mathbf{c}^T = \partial C / \partial \mathbf{w}$ 为系数向量,系数向量 $\mathbf{c}^T$ 的转置 $\mathbf{c} = [c_j]$ 。 C 的定义见附录A。为了消除流场变分对灵敏度计算的影响,令式(10)流场变分的系数为零即可确定伴随方程的进出口边界条件。针对不同的目标函数,系数向量 $\mathbf{c}^T$ 不同,因而伴随方程进出口边界条件的确定是伴随方法研究的重点之一。

2 强耦合进出口边界条件

本文采用与流动进出口边界条件强耦合的方法,确定伴随方程的进出口边界条件。为了解释这种方法的通用性,本文以三维优化设计为对象来介绍这种强耦合方法。此外,由特征值理论可知:伴随方程特征变量传递方向与流动控制方程的恰恰相反。

2.1 超声速进口

对于伴随方程而言,五个特征波的传播方向和流动控制方程的相反,因而五个伴随变量均由内场向外插值得到。

2.2 亚声速进口

进口总压 p_{in}^* 、进口总温 T_{in}^* 、两个进口来流角 α_1 和 α_2 给定,即

$$\delta p_{in}^* = 0, \delta T_{in}^* = 0, \delta \alpha_1 = 0, \delta \alpha_2 = 0 \quad (11)$$

其中

$$\alpha_1 = \arctan \left(\sqrt{\frac{w_3^2}{w_2^2 + w_4^2}} \right), \alpha_2 = \arctan \left(\frac{w_4}{w_2} \right) \quad (12)$$

由进口来流角变分为零,可知

$$\delta w_4 = \frac{w_4}{w_2} \delta w_2, \delta w_3 = \frac{w_3}{w_2} \delta w_2 \quad (13)$$

进口总温的定义为

$$T_{in}^* = \frac{1}{\rho c_p} (\rho E + p) \quad (14)$$

确定其变分形式,并与式(13)结合,有

$$\begin{aligned} & [(\gamma - 1)q^2 - \gamma E] \delta w_1 - \\ & (\gamma - 1) \frac{q^2}{u_1} \delta w_2 + \gamma \delta w_5 = 0 \end{aligned} \quad (15)$$

其中 ρ 为密度, γ 为比热比, c_p 为比定压热容, q 为绝对速度, E 为总能量, $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3)$ 为速度矢量, u_1 为轴向速度分量。

热力学熵 $S = p/\rho^\gamma$, 其变分为

$$\delta S = \frac{1}{\rho^\gamma} \delta p - a^2 \frac{1}{\rho^\gamma} \delta \rho \quad (16)$$

其中 a 为声速。进口流动条件不变,那么熵不变,静压变分和密度变分之间的关系为

$$\delta p = a^2 \delta \rho \quad (17)$$

而已知静压和各守恒流动变量之间的关系为

$$p = (\gamma - 1) \left(w_5 - \frac{w_2^2 + w_3^2 + w_4^2}{2w_1} \right) \quad (18)$$

对式(18)进行变分,并结合式(16)、式(17)消去 δw_3 和 δw_4 的影响,有

$$\begin{aligned} & \left(a^2 - \frac{\gamma - 1}{2} q^2 \right) \delta w_1 + (\gamma - 1) \frac{q^2}{u_1} \delta w_2 + \\ & (1 - \gamma) \delta w_5 = 0 \end{aligned} \quad (19)$$

由式(13)、式(15)、式(19)可以确定

$$\begin{aligned} \delta w_2 &= u_1 (1 - a^2/q^2) \delta w_1 \\ \delta w_3 &= u_2 (1 - a^2/q^2) \delta w_1 \\ \delta w_4 &= u_3 (1 - a^2/q^2) \delta w_1 \\ \delta w_5 &= \left(\gamma E - a^2 - \frac{\gamma - 1}{2} q^2 \right) \delta w_1 \end{aligned} \quad (20)$$

当进口流动为亚声速时,若流场计算中静压由内场向外插值得到,相应地,只需要确定一个伴随特征变量。将式(10)中的流场守恒变量转化为静压的变分形式,即可确定该伴随特征变量,如下式:

$$P^T (c - \mathbf{n}_k A_k^T \Psi) = 0, \quad (k = 1, 2, 3) \quad (21)$$

其中 $P = (P_1, P_2, P_3, P_4, P_5)^T$ 为流场守恒变量对静压的转换矩阵。

$$P = \frac{1}{a^2} \begin{bmatrix} 1 \\ u_1 (1 - a^2/q^2) \\ u_2 (1 - a^2/q^2) \\ u_3 (1 - a^2/q^2) \\ \gamma E - a^2 - \frac{\gamma - 1}{2} q^2 \end{bmatrix} \quad (22)$$

进口处,其他四个伴随特征变量可以由伴随

变量组合构成,只需保证无重复即可。

2.3 超声速出口

对于伴随方程,五条特征波传播方向和流动控制方程的相反,因此需在出口确定五个伴随特征变量,只需令式(10)的流场变分系数为0。

$$c^T - \mathbf{n}_k \Psi^T A_k = 0 \quad (23)$$

通过求解上述线性方程组,即可确定出口边界上的伴随变量 Ψ^T 。

2.4 亚声速出口

在亚声速出口处,确定四个出口伴随特征变量,另一个由内场插值得到。叶轮机流场计算时,若在出口给定背压,式(18)的变分为

$$\delta p = \frac{q^2}{2} \delta w_1 - u_1 \delta w_2 - u_2 \delta w_3 - u_3 \delta w_4 + \delta w_5 = 0 \quad (24)$$

上式可以写成

$$\delta w_5 = \tilde{K}_1 \delta w_1 + \tilde{K}_2 \delta w_2 + \tilde{K}_3 \delta w_3 + \tilde{K}_4 \delta w_4 \quad (25)$$

其中

$$\tilde{K}_1 = -\frac{q^2}{2}, \quad \tilde{K}_2 = u_1, \quad \tilde{K}_3 = u_2, \quad \tilde{K}_4 = u_3$$

将式(25)代入式(10)中,并令 $\delta w_1, \delta w_2, \delta w_3, \delta w_4$ 前的系数为零,即可得到伴随方程亚声速出口处的边界条件:

$$\begin{aligned} & (\mathbf{n}_k A_{lj} + \mathbf{n}_k A_{l5} \tilde{K}_j) \psi_l = c_j + c_5 \tilde{K}_j, \\ & (j = 1, \dots, 4; l = 1, \dots, 5; k = 1, 2, 3) \end{aligned} \quad (26)$$

第五个伴随特征变量可以由伴随变量构造,只需与式(26)所示的四个特征变量不同即可。

上述伴随方程强耦合边界条件确定方法本质上是基于无反射边界理论的一维特征变量法,是特征变量法的一种简化,因此原理简单,推导过程清晰。此外,由式(21)、式(23)、式(26)可知:对于不同的气动函数,只需计算其关于守恒变量的系数向量 c^T ,即可确定伴随方程的进出口边界条件,因此,该方法在常见叶轮机流动及气动优化设计中具有适用性。

2.5 不同目标函数的伴随方程进出口边界条件

为了验证耦合边界条件方法的适用性,研究中将实现多种不同类型的气动优化设计并进行对比分析。本文主要通过外形优化降低跨声速涡轮叶栅的流动损失,并考虑不同类型约束条件的影响。Denton认为叶轮机中的流动损失可以用熵来衡量^[28]。定义出口质量熵作为优化目标函数

$$I = s_{\text{gen}} \quad (27)$$

流量平均的出口质量熵 s_{gen} 定义为

$$s_{\text{gen}} = \frac{\int_{B_o} \rho s \mathbf{n} \cdot \mathbf{u} \, dB_o}{\int_{B_o} \rho \mathbf{n} \cdot \mathbf{u} \, dB_o} \quad (28)$$

其中 s 为出口平面 B_o 处每个网格单元的质量熵。

出口气流角、流道面积在下文研究中将作为气动和几何约束。出口气流角定义为

$$\beta = \frac{\int_{B_o} \rho \bar{\beta} \mathbf{n} \cdot \mathbf{u} \, dB_o}{\int_{B_o} \rho \mathbf{n} \cdot \mathbf{u} \, dB_o} \quad (29)$$

$\bar{\beta}$ 为出口平面每个网格单元的气流角, 定义为

$$\bar{\beta} = \arctan\left(\frac{u_r}{u_1}\right), \quad u_r = u_2 \cos \theta - u_3 \sin \theta \quad (30)$$

式中 u_r 为周向速度, θ 为周向方位角(周向速度和水平方向的夹角, 顺时针为正)。对于本文的平面叶栅优化设计, $u_r = u_2$ 。

流道面积 S_p 定义为

$$S_p = S_m - S_b \quad (31)$$

式中 S_m 为相邻叶片中弧线所夹面积, S_b 为叶片面积。当单排叶片数确定时, 只需约束流道面积, 即可保证叶片面积不变。

若考虑流道面积约束, 由于流场变分对流道面积变化并无影响, 只需计算流道面积的变化量并在式(9)所示的灵敏度计算中予以考虑即可。

出口质量熵和出口气流角均为流场变量的函数, 其系数向量 c^T 可以通过计算导数确定。

$$\begin{bmatrix} c_{s,1} \\ c_{s,2} \\ c_{s,3} \\ c_{s,4} \\ c_{s,5} \end{bmatrix} = \frac{1}{\dot{m}} \begin{bmatrix} \rho \mathbf{n} \cdot \mathbf{u} \frac{1}{\rho^\gamma} \left[(\gamma - 1) \frac{q^2}{2} - a^2 \right] \\ \rho \mathbf{n} \cdot \mathbf{u} \frac{1}{\rho^\gamma} (1 - \gamma) u_1 + n_1 (s - s_{\text{gen}}) \\ \rho \mathbf{n} \cdot \mathbf{u} \frac{1}{\rho^\gamma} (1 - \gamma) u_2 + n_2 (s - s_{\text{gen}}) \\ \rho \mathbf{n} \cdot \mathbf{u} \frac{1}{\rho^\gamma} (1 - \gamma) u_3 + n_3 (s - s_{\text{gen}}) \\ \rho \mathbf{n} \cdot \mathbf{u} \frac{1}{\rho^\gamma} (\gamma - 1) \end{bmatrix} \quad (32)$$

$$\begin{bmatrix} c_{\beta,1} \\ c_{\beta,2} \\ c_{\beta,3} \\ c_{\beta,4} \\ c_{\beta,5} \end{bmatrix} = \frac{1}{\dot{m}} \begin{bmatrix} 0 \\ n_1 (\beta - \bar{\beta}) + \rho \mathbf{n} \cdot \mathbf{u} \left(-\frac{1}{\rho} \cdot \frac{u_2}{u_1^2 + u_2^2} \right) \\ n_2 (\beta - \bar{\beta}) + \rho \mathbf{n} \cdot \mathbf{u} \cdot \left(\frac{1}{\rho} \cdot \frac{u_1}{u_1^2 + u_2^2} \right) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (33)$$

式中 c_s 、 c_β 分别为出口质量熵和出口气流角的系数向量; $\dot{m}$ 为叶片出口质量流量, $\dot{m} = \int_{B_o} \rho \mathbf{n} \cdot \mathbf{u} \, dB_o$ 。

3 跨声速涡轮叶栅气动优化设计

3.1 HS1A 数值模拟

选取 HS1A 跨声速涡轮叶栅进行气动优化设计, 该叶栅试验参数为: 进口来流角为 46° , 进口为标准大气压力和温度, 出口等熵马赫数为 $1.06^{[29]}$ 。叶片主要几何参数如表 1 所示, 叶片气动外形和计算网格如图 1 所示。

表 1 HS1A 叶栅几何参数

Table 1 Geometric parameters of HS1A

几何参数	数值
弦长/mm	40.0
叶型前缘角/ $^\circ$	50.5
叶型后缘角/ $^\circ$	59
叶型安装角/ $^\circ$	25.1
几何进口角/ $^\circ$	46
栅距/mm	29.14

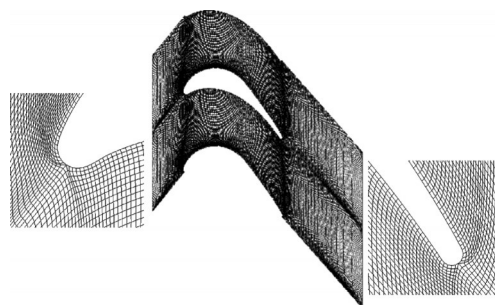


图 1 HS1A 几何示意图及计算网格

Fig.1 Configuration and grid for HS1A

优化前, 先验证数值模拟的可靠性。不同网格的叶片表面等熵马赫数 (Ma_{is}) 分布如图 2 所示, 其中 Exp. 表示试验结果, Grid 为数值模拟结果, l_c 为叶片弦长。图 2(a) 中, 网格 I1~I5 的流向网格单元逐渐增加, 周向网格单元数均为 48。图 2(b) 中, 网格 J1~J5 的周向网格单元逐渐增加, 流向网格单元数均为 160。整体上, I3(J3) 的等熵马赫数分布与密网格几乎完全重合。图 2 中, 收敛的等熵马赫数分布与试验结果吻合较好, 除了在叶片前缘及激波附近有一定偏差。后续研究中将采用收敛网格 I3(J3) 用于流场数值模拟。

3.2 优化设计描述

本文采用扰动参数化建模方法, 在原始外形

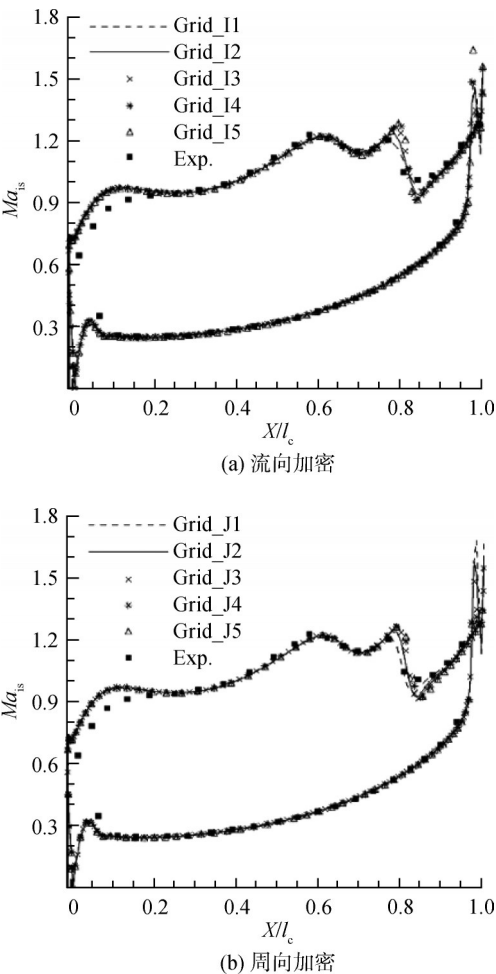


图2 叶片等熵马赫数分布
Fig.2 Isentropic Mach number distributions on the blade

y_{base} 的基础上局部或全局修形。其基本形式为

$$y = y_{base} + \sum_{i=1}^n \delta_i b_i \tag{34}$$

式中 b_i 是基函数, δ_i 为其系数, 也是本文的设计参数。本文采用下式所示的 Hicks-Henne 型函数:

$$b_i(x) = \sin^4(\pi x^{m_i}) \tag{35}$$
$$m_i = \ln 0.5 / \ln x_i, \quad i = 1, \dots, N$$

式中 x_k 是第 k 个型函数的控制点, 型函数在控制点处有最大值, 在前缘和尾缘点均为零; N 为设计变量数目。优化设计中, 在压力面和吸力面上分别等距分布 32 个控制点。此外, 对叶型几何外形进行扰动时, 计算网格必然会发生变化。本文参考文献[30], 采用网格扰动技术生成物面几何外形扰动后的空间计算网格。

优化设计过程中使用最速下降优化算法, 且保持进出口边界条件不变。

本文重点研究四个不同的优化设计算例, 如表 2 所示, 由此对比分析不同的约束条件对优化

表 2 叶片气动优化设计算例	
Table 2 Cases of aerodynamic design optimization for blade	
算例	优化参数和约束参数
Case1	出口质量熵优化
Case2	出口气流角约束的熵优化
Case3	流道面积约束的出口质量熵优化
Case4	流道面积和出口气流角约束的出口质量熵优化

设计的影响, 相应的目标函数如下式所示:

$$\begin{aligned} \text{Case1: } I &= s_{gen} \\ \text{Case2: } I &= s_{gen} + \Lambda_1 |\beta - \beta_0| \\ \text{Case3: } I &= s_{gen} + \Lambda_2 |S_p - S_{p0}| \end{aligned} \tag{36}$$

Case4: $I = s_{gen} + \Lambda_1 |\beta - \beta_0| + \Lambda_2 |S_p - S_{p0}|$
其中 S_{p0} 为原始流道面积, β_0 为原始出口气流角, Λ_1 、 Λ_2 为约束系数。

3.3 带出口气流角约束的熵优化设计

优化前, 需要先评估伴随灵敏度的精度。图 3 是直接差分法(FDM)和伴随方法(ADJOINT)的出口质量熵和出口气流角的灵敏度对比。两种方法的灵敏度分布基本一致, 但在压力面尾缘附近存在较小的偏差。主要原因为: 叶片尾缘存在一对燕尾形激波, 其内尾波射入吸力面 80% 长度处; 在激波结构复杂时, 灵敏度精度会略有下降^[13]。

图 4 是 Case1 叶片的气动和几何参数变化曲线, s_{gen} 为式(28)所示的流量平均出口质量熵, p_{out}^* 为流量平均出口总压, S_p 为流道面积, β 为出口气流角。优化叶片出口质量熵降低了 0.253%, 出口总压提高了 0.607%。由于未施加约束条件, 流道面积、出口气流角均发生较大变化。在实际叶片设计中, 往往需要对某个或多个参数施加约束, 使其不至于偏离某一特定值(如初始值)过远。

在出口质量熵优化设计的基础上施加出口气流角约束。约束系数 $\Lambda_1 = 0.05$ 。图 5 是 Case2 的气动和几何参数变化曲线。通过熵优化, 出口质量熵降低了 0.176%, 出口总压提高了 0.428%。由于约束了出口气流角, 优化中出口气流角一直在初始值附近波动。但由于未施加流道面积约束, 流道面积较初始值明显增加。

图 6 为原始叶片和优化叶片 Case1、Case2 流道内等熵马赫数分布云图。优化后, Case1 叶片表面等熵马赫数较原始流动整体降低, 激波前等熵马赫数降低。此外, 在设计工况下, 原始叶片在吸力

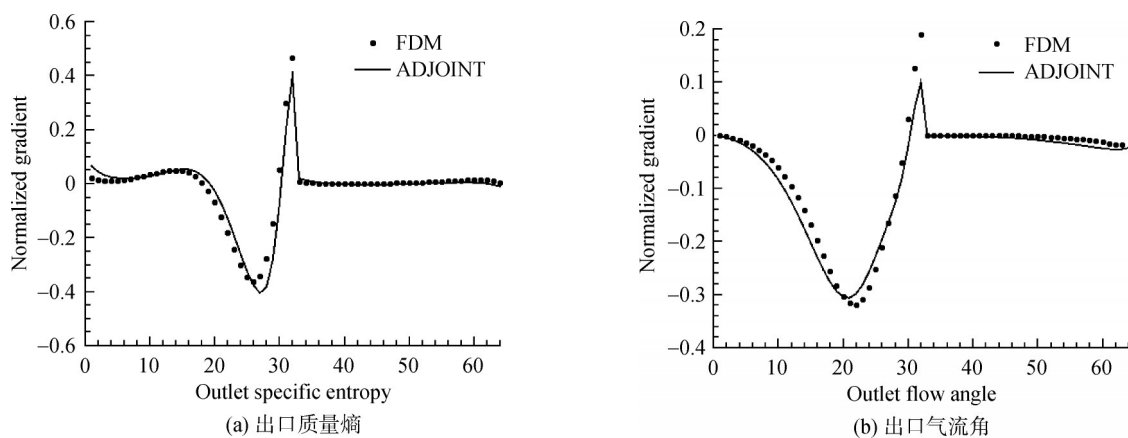


图3 灵敏度对比

Fig.3 Sensitivity comparisons

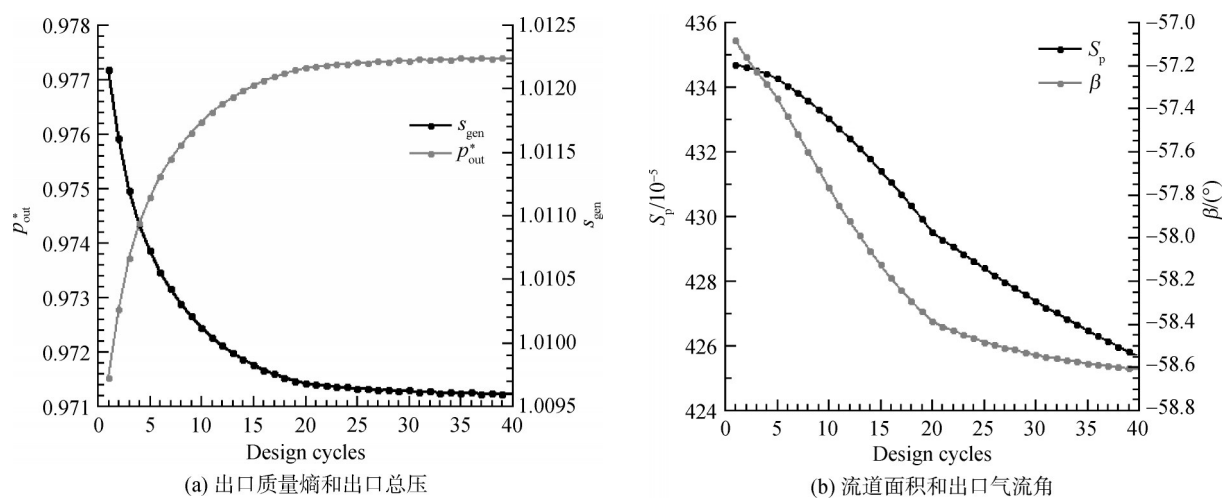


图4 Case1的参数变化曲线

Fig.4 Variations of parameters in Case1

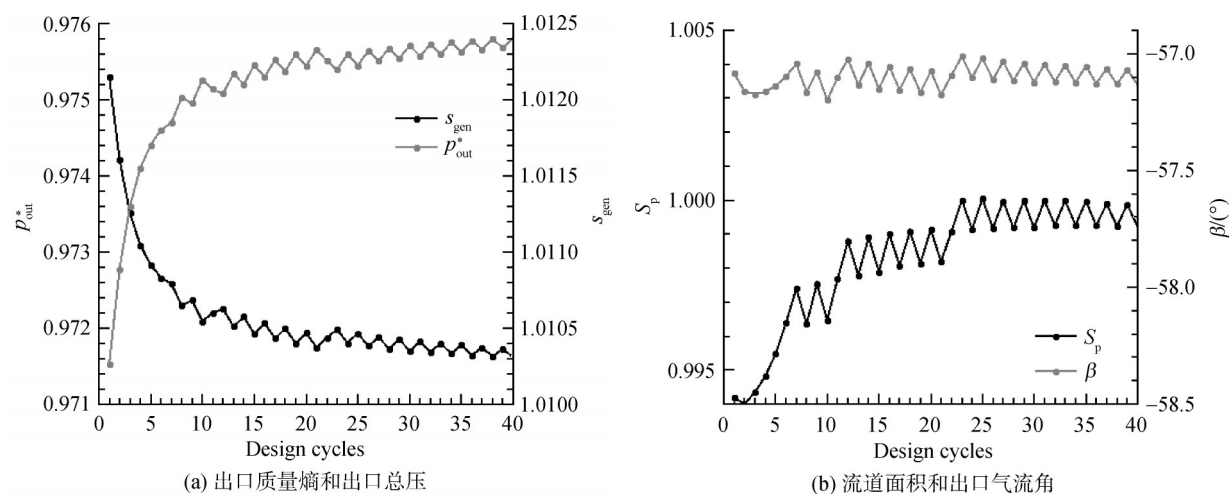


图5 Case2的参数变化曲线

Fig.5 Variations of parameters in Case2

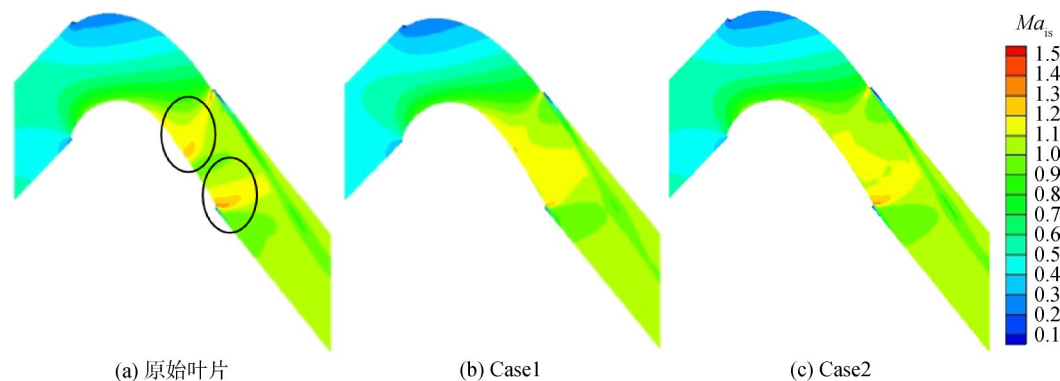
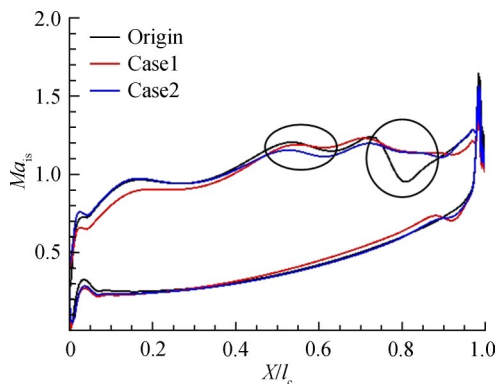


图6 Case1、Case2流道内等熵马赫数分布云图

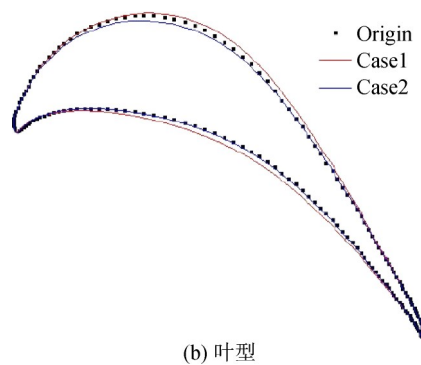
Fig.6 Isentropic Mach number contours in the passage of Case1 and Case2

面55%轴向弦长(下文统称为弦长)处存在一道弱激波,在75%弦长附近存在一道强激波,也可见图7(a)。优化后,两道激波强度均显著减弱。Case2叶片吸力面中段等熵马赫数明显下降,激波前等熵马赫数降低;压力面后段气流的加速过程被抑制,内尾波前等熵马赫数降低。

图7为优化前后叶片表面等熵马赫数分布及几何外形对比。与原始叶片相比,Case1叶片吸力面前段曲率先减小后增加,气流加速过程先被抑制,流场中等熵马赫数整体降低;但由于喉部前曲率提高,亚声速气体在较短距离内加速到超声速。喉部后,吸力面曲率减小,扩散段长度增长,叶栅流动更加均匀,叶栅外尾激波强度降低。与Case1相比,Case2叶片厚度减小。Case2叶片吸力面20%弦长前的叶型与原始叶片几乎重合;中段叶型曲率减小,气流加速被抑制,激波前等熵马赫数降低,损失降低;压力面中后段曲率较Case1增大,但较原始叶片仍然减小,叶片的加速被抑制,激波前等熵马赫数降低。Case2叶片90%弦长以后的叶型更接近原始叶片。整体上,优化前后叶片载荷基本不变,Case1叶片流道面积及流量减小,将导致Case1叶片出口气流角增大。



(a) 等熵马赫数分布



(b) 叶型

图7 Case1、Case2优化结果对比

Fig.7 Comparisons of optimization results of Case1 and Case2

3.4 带流道面积约束的熵优化设计

在Case1基础上施加流道面积约束,目标函数如式(36)所示,约束系数 $\Lambda_2 = 100$ 。

图8是Case3叶片的气动和几何参数变化曲线。出口质量熵降低了0.227%,出口总压 p_{out}^* 提高了0.548%。流道面积一直在初始值附近波动,出口气流角显著减小。

图9为流道内等熵马赫数分布云图。与原始叶片相比,Case3叶片吸力面和压力面附近气流的等熵马赫数均明显下降,激波前等熵马赫数降低,激波强度减弱,出口质量熵降低。与Case1叶片相比,Case3叶片吸力面25%弦长处的气流等熵马赫数高于Case1,25%弦长后,气流流动减缓,最终,激波前等熵马赫数降低,激波强度减弱。

图10为优化前后叶片表面等熵马赫数分布和几何外形的对比。与Case1设计叶片相比,Case3叶片厚度减小,压力面、吸力面型线更接近原始叶片;与原始叶片相比,Case3叶片厚度基本保持不变,吸力面前段叶型曲率减小,气流的加速过程被抑制,流场中等熵马赫数数值整体降低,激波损失减少;后段叶型曲率增加,气流进一步加

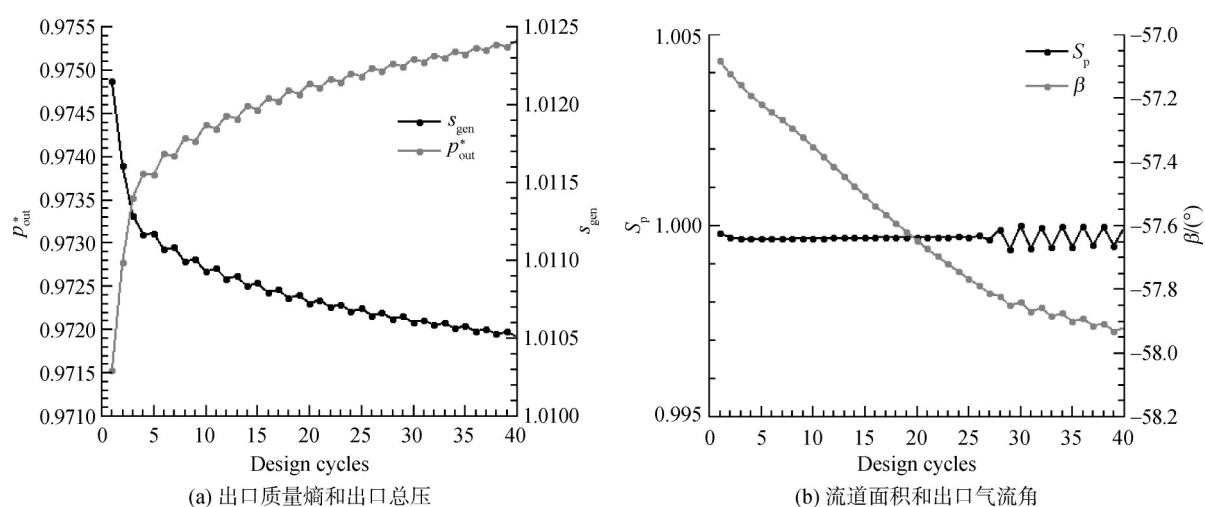


图8 Case3的参数变化

Fig.8 Variations of parameters in Case3

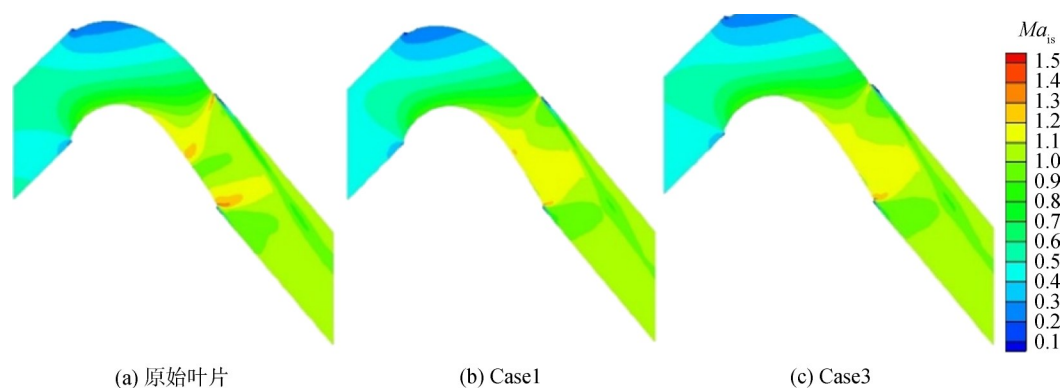


图9 Case1、Case3流道内等熵马赫数分布云图

Fig.9 Isentropic Mach number contours in the flow passage of Case1 and Case3

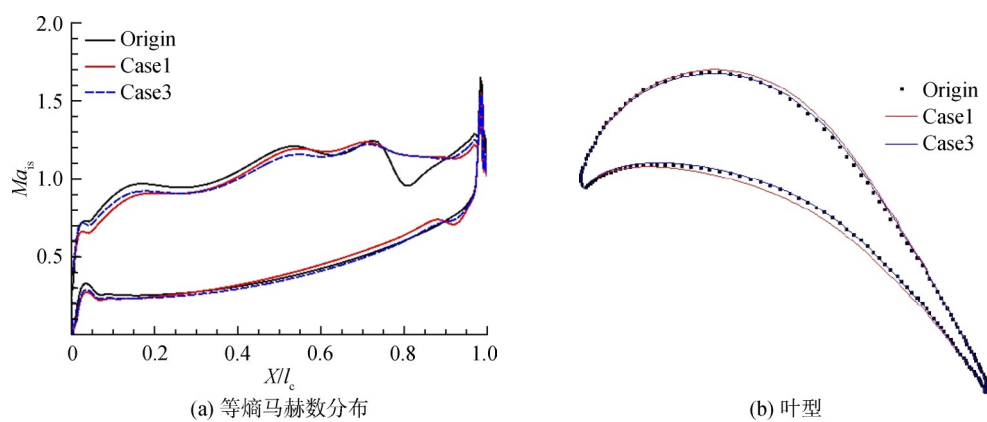


图10 Case1、Case3优化结果对比

Fig.10 Comparison of optimization results of Case1 and Case3

速。整体上,吸力面前缘流动的减速将导致进口流量降低,出口气流角将有所增加。

3.5 带出口气流角和流道面积约束的熵优化

接下来同时对流道面积和出口气流角进行约

束,目标函数见式(36)。流道面积及出口气流角的约束系数 $\Lambda_1 = 0.05$, $\Lambda_2 = 100$ 。

如图11所示,引入流道面积和出口气流角约束后,在保证出口质量熵降低前提下,优化过程

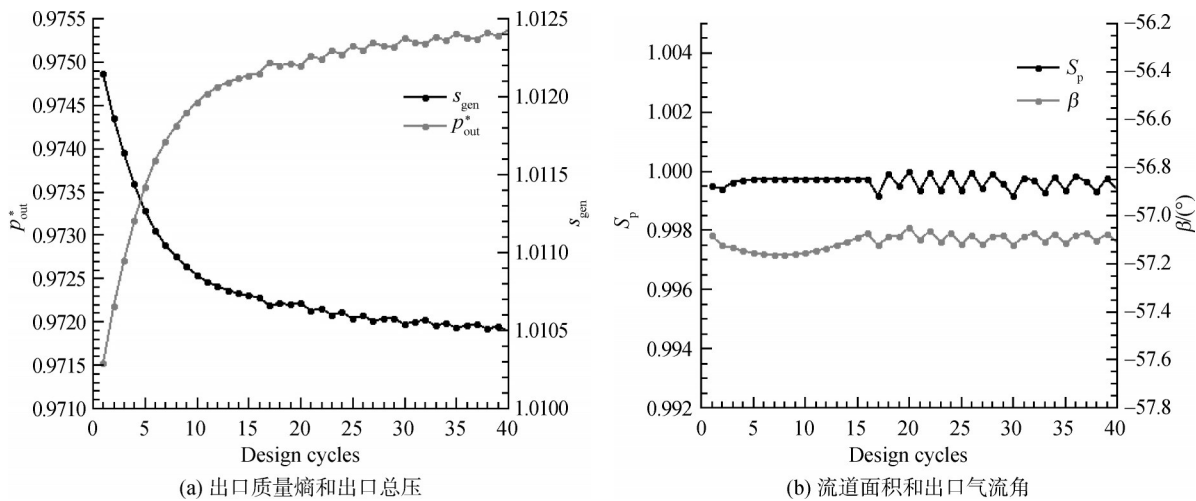


图 11 Case4 的参数变化
Fig.11 Variations of parameters in Case4

中,流道面积和出口气流角均在原始值附近波动。

图 12 为原始叶片、Case3、Case4 叶片流道内等熵马赫数分布云图。与原始叶片相比,Case4 叶片 40% 弦长前压力面与吸力面表面气流等熵马赫数几乎未发生变化,40% 弦长后压力面与吸力面表面气流等熵马赫数降低,激波前等熵马赫数降低,激波强度减弱,出口质量熵降低。与 Case3 叶片相比,Case4 叶片在吸力面 55% 弦长前的气流等熵马赫数高于 Case3,在 55% 弦长处存在一道弱激波,激波后 Case4 叶片的气流等熵马赫数低于 Case3,70% 弦长处的激波强度减弱。

图 13 为优化前后叶片表面等熵马赫数分布和几何外形对比。与 Case3 相比,Case4 叶片中段及后段的曲率减小,气流的加速过程被抑制,激波损失降低;叶片后段,Case4 叶片更加贴近原始叶片,出口气流角与原始叶片更加接近。

与原始叶片相比,上述四种优化叶片的气动性能参数及流道面积的相对变化如表 3 所示,其中负号表示气动参数或流道面积下降。

由表 3 可知:不考虑约束时(Case1),熵降及出口总压的改善都是最明显的,而流道面积和出口气流角偏离较远;考虑出口气流角约束时(Case2、Case4),优化后叶片出口气流角的变化不超过 0.1%;考虑流道面积约束(Case3、Case4)时,优化后流道面积的变化不超过 0.06%;上述优化结果表明:气动和几何约束均得到了较好的实现。然而,与 Case1 相比,考虑约束的优化叶片其出口总压提升有所下降;尤其是同时考虑出口气流角和流道面积约束时,Case4 优化叶片的出口总压提升远低于 Case1。

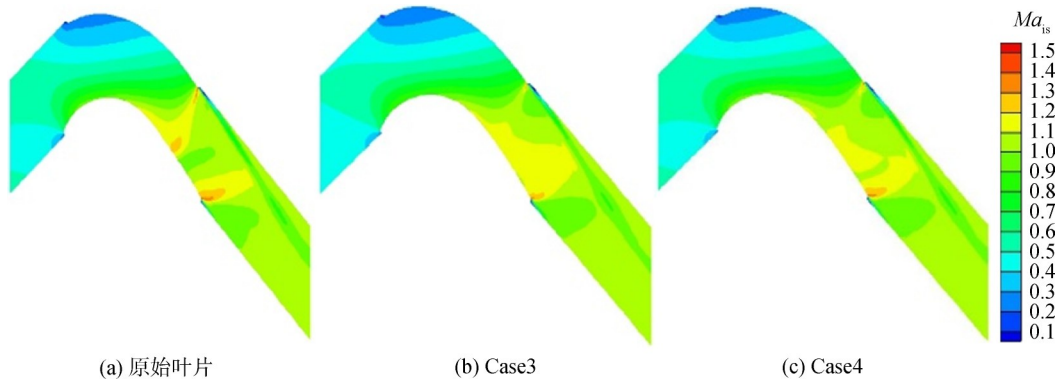


图 12 Case3、Case4 流道内等熵马赫数分布云图
Fig.12 Isentropic Mach number contours in the flow passage of Case3 and Case4

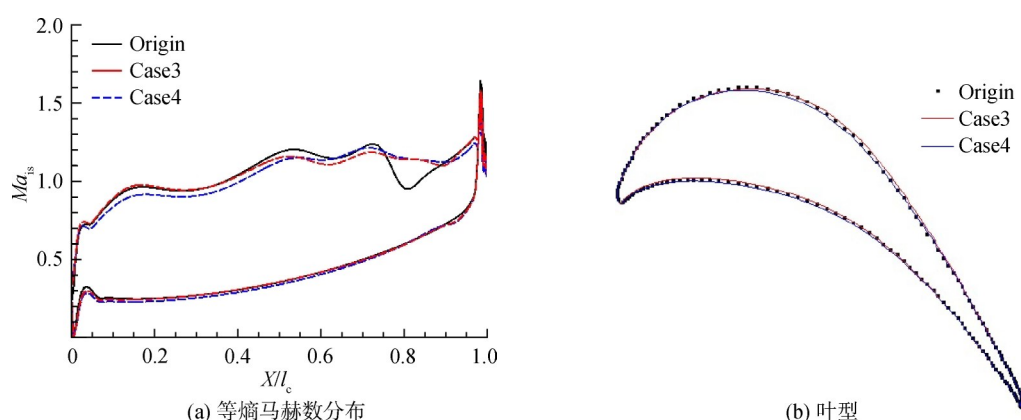


图13 Case3、Case4优化结果对比

Fig.13 Comparison of parameters before and after optimization of Case3 and Case4

表3 优化后气动及几何参数相对变化

Table 3 Relative variations of aerodynamic and geometric parameters after optimization

参数	相对变化/%			
	Case1	Case2	Case3	Case4
出口质量熵	-0.253	-0.176	-0.227	-0.164
出口总压	0.607	0.428	0.548	0.399
流道面积	-2.413	0.606	-0.052	0.025
出口气流角	2.727	0.087	0.677	-0.005

4 结 论

本文详细介绍了与流动强耦合的伴随方程进出口边界条件确定方法,实现了叶轮机械内流气动优化设计伴随灵敏度计算;采用加权目标函数,实现了考虑不同约束条件影响的跨声速涡轮叶栅伴随优化设计。主要结论为:

1) 对于基于压力边界的叶轮机械内部流动计算及气动优化设计问题,采用强耦合边界条件方法,建立了面向不同气动参数灵敏度计算的通用伴随方程进出口边界条件,计算确定的气动参数灵敏度精度较高。

2) 通过加权目标函数,在优化设计中同时考虑目标气动参数和气动、几何约束函数,可以在提升气动性能的同时满足优化约束。

3) 通过跨声速涡轮叶片气动优化设计发现改变叶型曲率可以有效减弱激波强度,提升叶片的气动性能。当叶片吸力面前段曲率降低(Case1、Case3),将导致流动减速、出口气流角增大;当吸力面前段曲率变化较小时,出口气流角约

束较好(Case2、Case4)。

4) 相对于出口气流角约束(Case2),流道面积约束(Case3)更容易实现,气动性能提升更明显;若同时考虑出口气流角约束(Case4),气动性能的提升将下降。

参考文献:

- [1] CHUNG H S, ALONSO J J A. Multidisciplinary design optimization of supersonic business jets using approximation model-based genetic algorithms[D]. Palo Alto, US: University of Stanford, 2004.
- [2] ZHU Z, WANG X, FU H, et al. Aerodynamic optimization design of airfoil and wing[R]. AIAA 2004-4367, 2004.
- [3] SAMAD A, KIM K Y. Multiple surrogate modeling for axial compressor blade shape optimization[J]. Journal of Propulsion and Power, 2008, 24(2):302-310.
- [4] BONAIUTI D, ZANGENEH M. On the coupling of inverse design and optimization techniques for the multiobjective, multipoint design of turbomachinery[J]. Journal of Turbomachinery, 2009, 131(2):021014.1-021014.16.
- [5] LAROCCA F. Multiple objective optimization and inverse design of axial turbomachinery blades[J]. Journal of Propulsion and Power, 2008, 24(5):1093-1099.
- [6] ÖZHAN Ö, İBRAHİM S A. Multi-objective aerodynamic optimization of axial turbine blades using a novel multilevel genetic algorithm[J]. Journal of Turbomachinery, 2010, 132(4):041009.1-041009.19.
- [7] JAMESON A. Aerodynamic design via control theory[J]. Journal of Scientific Computing, 1988, 3(3):233-260.
- [8] NADARAJAH S K, JAMESON A. Optimum shape design for unsteady three-dimensional viscous flows using a non-linear frequency domain method[R]. AIAA 2006-3455, 2006.
- [9] NADARAJAH S K, JAMESON A. Optimum shape design of helicopter rotors in forward flight via control theory[R]. AIAA 2007-3951, 2007.

- [10] NADARAJAH S K, JAMESON A. Optimum shape design for unsteady flows with time-accurate continuous and discrete adjoint methods[J]. *AIAA Journal*, 2007, 45(7): 1478-1500.
- [11] IOLLO A, SALAS M D, TA'ASAN S. Shape optimization governed by the quasi 1D Euler equations using an adjoint method[C]//Fourteenth International Conference on Numerical Methods in Fluid Dynamics. Bangalore, India: Springer-link, 1994: 274-279.
- [12] DREYER J, MARTINELLI L. Hydrodynamic shape optimization of propulsor configurations using continuous adjoint approach[R]. AIAA 2001-2580, 2001.
- [13] YANG S, LIU F. Aerodynamic design of cascades by using an adjoint equation method[R]. AIAA 2003-1068, 2003.
- [14] WU H Y, LIU F, TSAI H M. Aerodynamic design of turbine blades using an adjoint equation method[R]. AIAA 2005-1006, 2005.
- [15] LI H, SONG L, LI Y, et al. 2D viscous aerodynamic shape design optimization for turbine blades based on adjoint method[J]. *Journal of Turbomachinery*, 2011, 133(3): 031014.1-031014.8.
- [16] YU J, JI L, LI W, et al. Shape optimization of axial compressor blades using adjoint method with emphasis on thickness distribution[R]. ASME Paper GT2015-42232, 2015.
- [17] PAPADIMITRIOU D I, GIANNAKOGLU K C. Compressor blade optimization using a continuous adjoint formulation[R]. ASME Paper GT2006-90466, 2006.
- [18] LUO J, XIONG J, LIU F. Three-dimensional aerodynamic design optimization of a turbine blade by using an adjoint method[J]. *Journal of Turbomachinery*, 2011, 133(1): 011026.1-11026.11.
- [19] LUO J, ZHOU C, LIU F. Multipoint design optimization of a transonic compressor blade by using an adjoint method[J]. *Journal of Turbomachinery*, 2014, 136(5): 051005.1-051005.10.
- [20] LUO J, LIU F. Multi-objective optimization of a transonic compressor rotor by using an adjoint method[J]. *AIAA Journal*, 2015, 53(3): 797-801.
- [21] WANG D, HE L. Adjoint aerodynamic design optimization for blades in multistage turbomachines: Part I methodology and verification[J]. *Journal of Turbomachinery*, 2010, 132(2): 2141-2155.
- [22] WALTHER B, NADARAJAH S. Constrained adjoint-based aerodynamic shape optimization of a single-stage transonic compressor[J]. *Journal of Turbomachinery*, 2013, 135(2): 021017.1-021017.10.
- [23] 罗佳奇, 杨婧. 基于伴随方法的单级低速压气机气动设计优化[J]. *航空学报*, 2020, 41(5): 134-143.
- LUO Jiaqi, YANG Jing. Aerodynamic design optimization of a single low-speed compressor stage by an adjoint method[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2020, 41(5): 134-143. (in Chinese)
- [24] MA C, SU X R, YUAN X. An efficient unsteady adjoint optimization system for multistage turbomachinery[J]. *Journal of Turbomachinery*, 2017, 139(1): 011003.1-011003.12.
- [25] CHEN L, CHEN J. Aerodynamic optimization design for high pressure turbines based on the adjoint approach[J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2015, 28(3): 757-769.
- [26] GILES M B, PIERCE N A. On the properties of solutions of the adjoint Euler equations[EB/OL]. [2020-10-30]. http://www2.maths.ox.ac.uk/~gilesm/files/icfd_adj.pdf.
- [27] 罗佳奇. 基于伴随方法的三维涡轮叶片气动优化设计[D]. 西安: 西北工业大学, 2011.
- LUO Jiaqi. Aerodynamic design optimization of three-dimensional turbine blades by using an adjoint method[D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2011. (in Chinese)
- [28] DENTON J D. Loss mechanisms in turbomachines[J]. *Journal of Turbomachinery*, 1993, 115(4): 621-656.
- [29] JOUINI D B M. Experimental investigation of two transonic linear turbine cascades at off-design conditions[D]. Ottawa, Canada: Carleton University, 2000.
- [30] BALDWIN B S, LOMAX H. Thin layer approximation and algebraic model for separated turbulent flow[R]. AIAA 1978-257, 1978.

(编辑: 陈越)

附录 A:

Euler 方程伴随方程及灵敏度

笛卡儿坐标系下,欧拉方程的守恒形式为

$$\frac{\partial \mathbf{w}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{f}_k}{\partial \zeta_k} = 0 \quad k=1,2,3 \quad (\text{A1})$$

式中 $\mathbf{f}_k$ 为无黏通量。

叶轮机械叶片气动优化设计中,目标函数一般定义为叶片表面或出口平面上的函数 C 的积分:

$$I = \int_B C dB \quad (\text{A2})$$

根据伴随方法基本原理,方程(A1)变分后与伴随变量相乘,并与变分后的方程(A2)相减,可以确定目标函数 I 关于设计参数变分 δx_i 的一阶灵敏度:

$$\begin{aligned} \frac{\delta I}{\delta x_i} = & \int_B \frac{\partial C}{\partial \mathbf{w}} \cdot \frac{\delta \mathbf{w}}{\delta x_i} dB - \int_B \mathbf{n}_k \Psi^T \frac{\delta \mathbf{f}_k}{\delta x_i} dB + \\ & \int_D \frac{\partial \Psi^T}{\partial \zeta_k} A_k \frac{\delta \mathbf{w}}{\delta x_i} dD + \\ & g_{g^0} + \int_B g_{g^1} dB - \int_D g_{g^2} dD \end{aligned} \quad (\text{A3})$$

式中 $\mathbf{n}_k$ 为外法线矢量分量,且

$$\begin{aligned} g_{g^0} &= \int_B C \frac{\delta (dB)}{\delta x_i} \\ g_{g^1} &= \mathbf{n}_k \Psi^T \frac{\partial \mathbf{f}_k}{\partial \zeta_m} \cdot \frac{\delta \zeta_m}{\delta x_i} \\ g_{g^2} &= \frac{\partial \Psi^T}{\partial \zeta_k} \cdot \frac{\partial \mathbf{f}_k}{\partial \zeta_m} \cdot \frac{\delta \zeta_m}{\delta x_i} \end{aligned} \quad (\text{A4})$$

式(A3)右端前两项用于确定伴随方程的边界条件,这里重点介绍目标函数定义在叶片出口的伴随方程边界条件。由于无黏流动在壁面满足无穿透边界条件,即 $\mathbf{n}_k u_k = 0$, 则

$$\begin{aligned} \mathbf{n}_k \frac{\delta \mathbf{f}_k}{\delta x_i} &= \frac{\delta (\mathbf{n}_k \delta_{kj} p)}{\delta x_i} - \frac{\delta \mathbf{n}_k}{\delta x_i} f_k = \\ \mathbf{n}_k \delta_{kj} \frac{\delta p}{\delta x_i} &+ \frac{\delta (\mathbf{n}_k \delta_{kj})}{\delta x_i} p - \frac{\delta \mathbf{n}_k}{\delta x_i} f_k \end{aligned} \quad (\text{A5})$$

其中 δ_{kj} 为克罗尼柯尔符号。

式(A5)右端后两项不含有流动变量对设计变量的变分项,因此直接用于梯度计算。消除压力变分项的影响,伴随方程物面边界条件为

$$\sum_{k=1}^3 \mathbf{n}_k \cdot \Psi_{k+1} = 0 \quad (\text{A6})$$

在周期性边界上,由于外法线矢量方向相反,右端第二项的边界积分恒为零。

式(A3)右端第三项用于确定伴随方程,为了消除流场变分对灵敏度计算的影响,令

$$A_k^T \frac{\partial \Psi}{\partial \zeta_k} = 0 \quad (\text{A7})$$

上式即为定常状态的伴随方程。式(A3)右端后三项用于确定灵敏度。